

UNIVERSITE PARIS 7

Système de sondage radioacoustique

RACES

**NOTE TECHNIQUE N °1 CONCERNANT L'INFLUENCE DE L'HUMIDITE SUR LA
MESURE DE LA TEMPERATURE**

Réalisée dans le cadre du projet Lagrangex

Financement :

- contrat C.E.E. 02 200
- contrat Ministère de l'Environnement
- subside I.N.A.G.

P. RAVUSSIN

Ch. BERGER

Avril 1982

1. Théorie (rappel)

1.1. Vitesse du son dans un gaz parfait (4)

Pour un gaz parfait, la relation entre la vitesse du son C et la température T est donnée par

$$(1) \quad C = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$$

avec

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} : \text{rapport des chaleurs spécifiques isobare et isochore}$$

R : constante des gaz parfaits

μ : masse molaire du gaz

Pour une température donnée, la vitesse du son dans l'air est indépendante de la pression.

1.2. Calcul de γ dans un gaz parfait (4)

Pour un gaz parfait monoatomique, on a :

$$(2) \quad C_p - C_v = R$$

En outre, l'énergie interne d'un gaz monoatomique est donnée par la relation

$$U = \frac{3}{2} RT$$

$$(3) \text{ sachant que } C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v, \quad C_v = \frac{3}{2} R \text{ et } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$$

Pour un gaz diatomique parfait, l'équipartition de l'énergie se fait aussi sur la rotation de la molécule. Alors

$$C_v = \frac{5}{2} R \text{ et } \gamma = \frac{7}{5} = 1,4$$

Pour un gaz polyatomique, il y a un degré de liberté de plus et

$$C_v = 3 R \text{ d'où } \gamma = \frac{4}{3}$$

1.3. Mélange des gaz parfaits (développement théorique)

Pour une seule espèce, l'équation du gaz parfait s'écrit

$$(4) \quad pV = nRT$$

p : pression	R : constante des gaz parfaits
V : volume	T : température
n : nombre de moles	

et, pour un mélange de gaz parfaits

$$(5) \quad \sum p_i V = pV = \sum n_i RT \quad n_i : \text{nombre de moles de l'espèce } i$$

d'où

$$(6) \quad C_V = \sum n_i C_{Vi} / n \quad n = \sum n_i$$

et

$$(7) \quad C = \sqrt{\left(\frac{\sum n_i C_{Vi} + nR}{\sum n_i C_{Vi}} \right) \frac{nRT}{\sum n_i \mu_i}} \quad (\text{gaz monoatomique})$$

2.1 Atmosphère sèche (rappel)

L'atmosphère sèche se rapproche beaucoup du gaz parfait diatomique :

$$\mu = 28,966 \text{ (à } 15^\circ\text{C et } 1 \text{ atm)} \quad (2)$$

$$\gamma = 1,40$$

Tableau 1 Atmosphère standard [2]

	% en volume (n_i/n)	μ_i (7)
N ₂	78,084 ± 0,004	28,0134
O ₂	20,946 ± 0,002	31,9988
CO ₂	0,033 ± 0,001	44,01
A ₂	0,934 ± 0,001	39,948

La valeur de μ calculée sur ces 4 constituants donne 28,964.

La valeur donnée pour l'atmosphère standard est 28,966.

Contrairement au gaz parfait, γ de l'air varie légèrement avec la température et la pression.

Tableau 2 : γ fonction de T et de p (1)

T (°K)	0,01 atm	1 atm	100 atm
230		1,4044	
240		1,4040	
250		1,4036	
260	1,401	1,4032	1,663
270	1,401	1,4029	1,634
280	1,400	1,4024	1,609
290	1,400	1,4020	1,589
300	1,400	1,4017	1,571
310		1,4013	

2.2. Atmosphère humide

Les données manquent pour l'air humide. Cependant, nous possédons les vitesses du son pour différentes valeurs de l'humidité (2). La vitesse varie aussi en fonction de la fréquence, à cause de l'effet de l'absorption de l'atmosphère et de phénomènes de relaxation sur les molécules de l'atmosphère (à haute fréquence).

Tableau 3 : Vitesse du son, fonction de l'humidité relative

T = 20°C et f = 1250 Hz

% H	C(m/s)
0	343,5626
5	343,5544
10	343,5870
20	343,7047
30	343,8281
40	343,9525
50	344,0771
60	344,2024
70	344,3274
80	344,4525
90	344,5779
100	344,7035

Entre 10 et 100 % d'humidité, on constate une relation quasi-linéaire entre le % d'humidité et la vitesse du son. Ce qui nous permet d'écrire, à 20°

$$(8) \quad c(H) = 343,4506 + 0,01253 H \quad H : \% \text{ d'humidité}$$

Sachant qu'à 20°C et 1 atmosphère, la pression partielle de vapeur d'eau à saturation vaut 23,371 mb (8) devient, à 1 atmosphère et 20°C

$$(9) \quad c(e) = c(o) \left(1 + 0,158139 \frac{e}{p} \right)$$

e : pression partielle de vapeur d'eau

p : pression atmosphérique

Pour les autres valeurs de T, nous supposons

a) que la relation (9) peut être utilisée pour d'autres valeurs du rapport e/p

b) que l'équation (1) reste valable pour l'air humide, moyennant des modifications judicieuses de γ et de μ .

De (9) on tire

$$(10) \quad \frac{\gamma RT}{\mu} = \frac{\gamma_o RT}{\mu_o} \left(1 + 0,3163 \frac{e}{p} + 0,0250 \frac{e^2}{p^2} \right)$$

d'où la température virtuelle ($e \ll p$)

$$(11) \quad T_v = T \left(1 + 0,3163 \frac{e}{p} \right)$$

Sachant que

$$(12) \quad \mu = \frac{\sum n_i \mu_i}{n} = - \frac{\sum p_i \mu_i}{\sum p_i} \quad \frac{n_i}{n} : \text{fraction moléculaire}$$

$$\mu_e = \mu_a \left(1 + \frac{\mu_e - \mu_a}{\mu_a} \frac{e}{p} \right)$$

$$\mu_{H_2O} = 18,153$$

$$\mu_{\text{air sec}} = 28,966$$

$$(13) \quad \mu = \mu_{\text{air}} \left(1 - 0,3780536 \frac{e}{p} \right)$$

On peut alors tirer de (10) et de (13)

$$(14) \quad \gamma = \gamma_0 \left(1 - 0,0617 \frac{e}{p} - 0,0946 \frac{e^2}{p^2} - 0,00945 \frac{e^3}{p^3} \right)$$

Conformément à la théorie $\gamma \nearrow$ lorsque $e \searrow$

$$\text{à } 20^\circ\text{C}, \quad \frac{e_{\text{sat}}}{p} = 0,023067$$

Le calcul donne, en posant $\Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_0}$

$$1 - \Gamma = 0,001473$$

3. Calcul de γ pour l'air humide dans l'approximation du gaz parfait

Selon (7),

$$(15) \quad \gamma_h = \frac{\frac{n_a}{n_a} C_{p_a} + \frac{n_e}{n_e} C_{p_e}}{\frac{n_a}{n_a} C_{v_a} + \frac{n_e}{n_e} C_{v_e}} = \gamma_0 \frac{1 + \frac{n_e}{n_a} \frac{C_{p_e}}{C_{p_a}}}{1 + \frac{n_e}{n_a} \frac{C_{v_e}}{C_{v_a}}}$$

$$\text{Dans un gaz parfait} \quad \frac{n_e}{n_a} = \frac{e}{p_a} = \frac{e}{p - e}$$

$$(16) \quad \gamma_h = \gamma_0 \frac{1 + \frac{C_{p_e}}{C_{p_a}} \frac{e}{p - e}}{1 + \frac{C_{v_e}}{C_{v_a}} \frac{e}{p - e}}$$

Par la suite, on posera $\Pi = \frac{e}{p - e}$

3.1. Calcul de la chaleur spécifique de la vapeur d'eau diluée dans l'atmosphère

Ces calculs sont basés sur les mesures de la vitesse du son à 1250 Hz et 20°C.

de (16) et (2) on tire

$$(17) \quad C_{p_e} = \frac{C_{v_a}(\Gamma - 1) / \Pi - \Gamma R}{C_{v_a} - \Gamma C_{p_a}} C_{p_a}$$

d'où $C_{p_e} = 4,0472 R$

avec $1 - \Gamma = 0,001473$

$$R = 1,988496 \text{ cal/mole/degre}$$

$$\Pi = 0,02361165 \text{ (} T = 20^\circ\text{C et } H = 100\% \text{)}$$

$$C_{p_a} = 6,960530 \text{ cal/mole/}^\circ\text{C}$$

$$C_{v_a} = 4,965069 \text{ cal/mole/}^\circ\text{C}$$

Ce résultat est proche de la valeur théorique $C_p = 4 R$

4. Pression de vapeur saturante de l'eau

D'après (5) la pression de vapeur saturante prend la forme

$$(18) \quad e = AT(BT^{-1} - 1)^3 e^{-\frac{\Delta H}{RT}}$$

ΔH étant la chaleur latente de vaporisation ou de sublimation.
Pour notre application une équation de la forme

$$(19) \quad e = A e^{-\Delta H/RT} \text{ est suffisante}$$

4.1. Phase liquide

Pour $T > 273^\circ\text{K}$ $\frac{\Delta H}{R} = 5329$

Le calcul donne

Tableau 4

T(°c)	A (10 ⁶ bar)
0	1,83
10	1,84
20	1,85

Nous prendrons, entre 0 et + 30°C

$$(20) \quad T > 273^\circ\text{K}$$

$$e = 1,84 \cdot 10^6 e^{-\frac{5329}{T}} \quad (\text{bar})$$

4.2. Phase solide

Pour $T < 273^\circ\text{K}$

$$(21) \quad \Delta H = \Delta H_{\text{vap}} + \Delta H_{\text{fus}}$$

le calcul donne

$$\frac{\Delta H}{R} = 6136$$

A varie peu avec la température

Nous prendrons, entre 0 et - 40°C

$$(22) \quad T < 273^\circ\text{K}$$

$$e = 3,5 \cdot 10^7 e^{-\frac{6135}{T}} \quad (\text{bar})$$

5. Pression atmosphérique

La pression à l'altitude Z s'obtient en intégrant l'équation

$$(23) \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho(T,p)$$

g = accélération locale
 ρ = masse spécifique de l'air à la pression p et à T

Pour l'atmosphère isotherme, on obtient avec (4)

$$(24) \quad p = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT} z}$$

Pour $T = 273^\circ\text{K}$ et $p_0 = 1015 \text{ mb}$, on obtient

Tableau

z (m)	$\frac{p}{p_0}$	$p - p_0$ (mb)
0	1	0
100	0,9876	12,6
200	0,9753	25,1
500	0,9393	51,6
1000	0,8823	119,4

La variation de la pression atmosphérique avec l'altitude conduit à augmentation de la température virtuelle de 0,2°C, à 20°C, lorsqu'on passe de 0 m à 1000 m, pour l'atmosphère saturée. Pour les mêmes conditions, l'écart entre la température virtuelle et la température réelle vaut, au sol, 2,1°C.

6. Conclusion

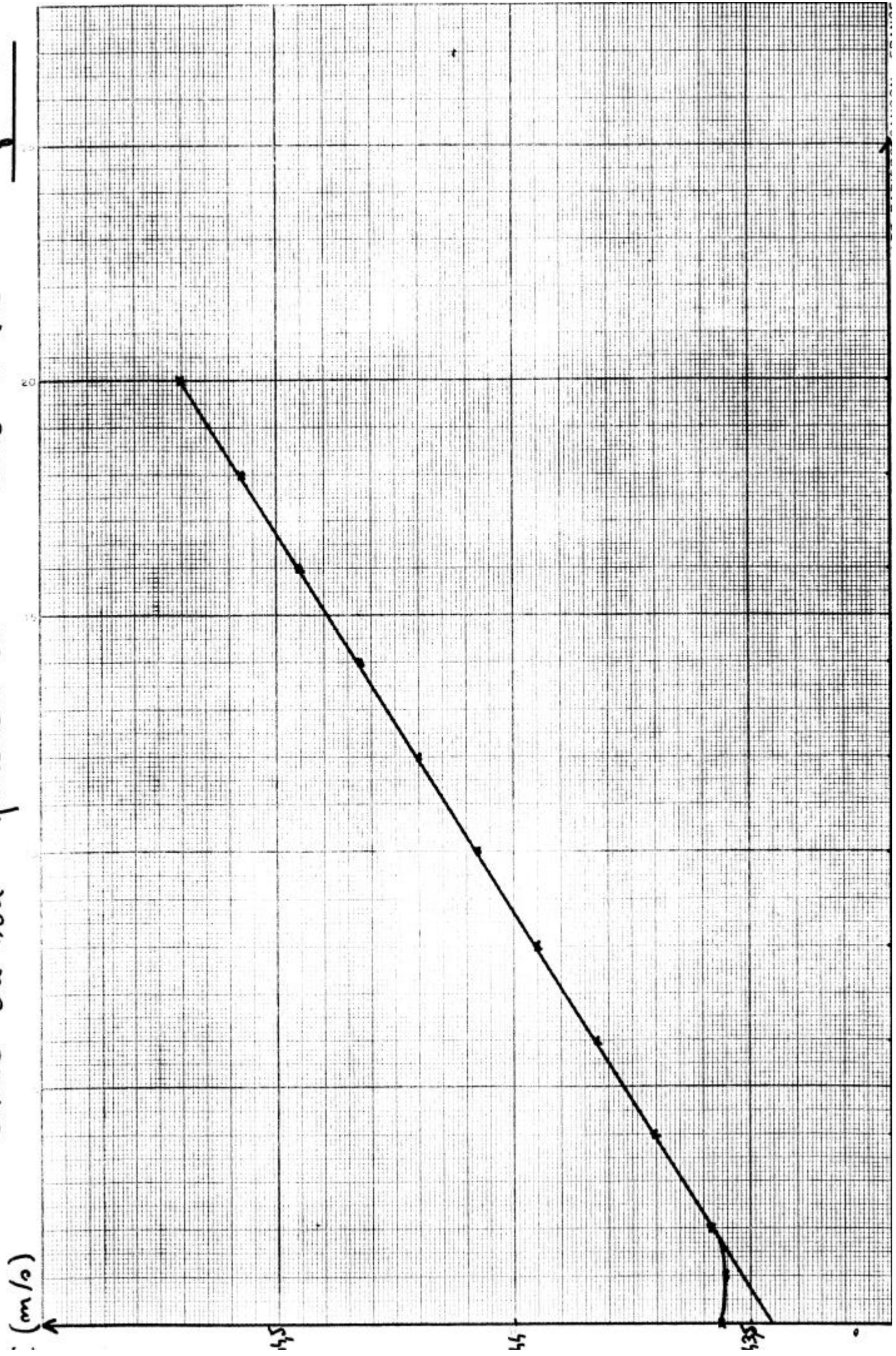
La version actuelle du système RACES ne mesurant pas le profil d'humidité, les valeurs calculées, ici, seront introduites dans un modèle de profil d'humidité fonction de la température virtuelle, mesurée par le RACES, et de l'humidité au sol.

7. Références bibliographiques

- (1) Handbook of Tables for Applied Engineering Sciences C.R.C. series
- (2) Handbook of Chemistry and Physics, 61 st ed. C.R.C. series
- (3) Physics of the Atmosphere, P.N. Tverskoi, Israël Programm for Scientific translation, Jerusalem 1965
- (4) Cours de chimie-physique, V. Kireev, 1968, Editions de Moscou
- (5) Molecular theory of Gases and Liquids, Hirschfelder et col., 1964, John Wiley, New-York.
- (6) Physikalische Dynamik des Atmosphäre, A. Defaut, 1958, Ak. Velagger, Frankfurt an Main.

Figure 1

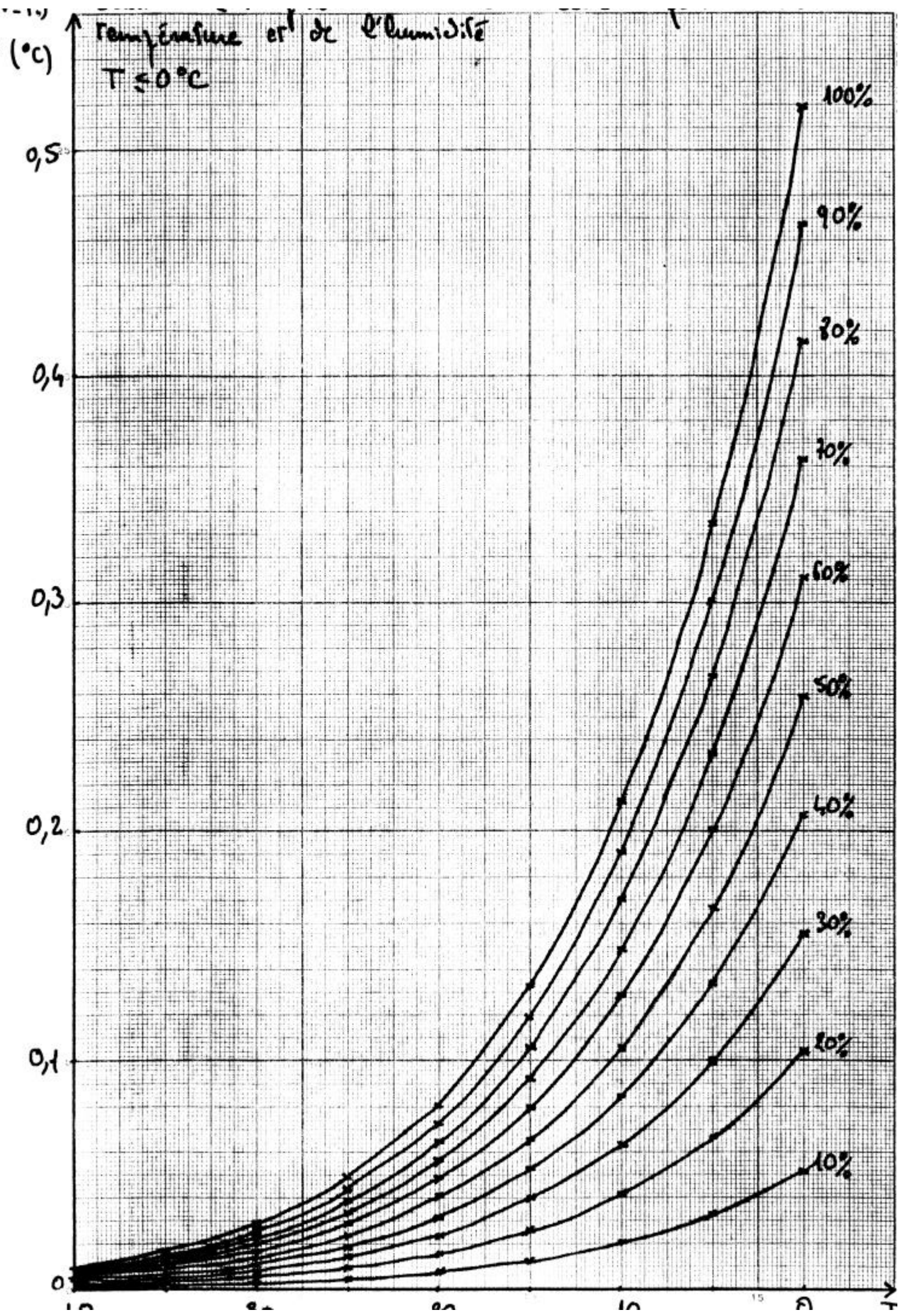
viseme du son fonction de l'humidité relative



$$(TV-T) = T \cdot 1,093 \cdot 10^7 \cdot \frac{H}{100} \cdot e^{-\frac{1}{T}}$$

$T \leq 0^\circ\text{C}$

$H(\%)$	$T(^\circ\text{C})$	-40	-35	-30	-25	-20	-15	-10	-5	0
10		$0,9 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$	0,013	0,021	0,033	0,05
20		$1,9 \cdot 10^{-3}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-3}$	0,016	0,026	0,042	0,067	0,10
30		$2,8 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$	$8,6 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,024	0,040	0,064	0,100	0,15
40		$3,7 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	0,011	0,019	0,032	0,053	0,085	0,134	0,20
50		$4,7 \cdot 10^{-3}$	$8,3 \cdot 10^{-3}$	0,012	0,024	0,041	0,066	0,106	0,167	0,25
60		$5,6 \cdot 10^{-3}$	0,010	0,017	0,029	0,049	0,080	0,128	0,201	0,31
70		$6,5 \cdot 10^{-3}$	0,012	0,020	0,034	0,057	0,093	0,149	0,234	0,36
80		$7,5 \cdot 10^{-3}$	0,013	0,023	0,039	0,065	0,106	0,170	0,268	0,41
90		$8,4 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,026	0,044	0,073	0,119	0,191	0,301	0,46
100		$9,3 \cdot 10^{-3}$	0,017	0,029	0,049	0,081	0,133	0,213	0,335	0,51



taux $(TV-1)(\%)$ en fonction de la température et de l'humidité

$$T \geq 0^\circ\text{C}$$

$$(TV - T) = T \cdot 5,745 \cdot 10^5 \cdot \frac{H}{100} \cdot e^{-\frac{5329}{T}}$$

T (°C)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
10	0,052	0,075	0,108	0,152	0,212	0,293	0,400	0,542	0,71
20	0,104	0,151	0,216	0,305	0,425	0,586	0,801	1,083	1,45
30	0,157	0,227	0,324	0,457	0,637	0,880	1,201	1,625	2,17
40	0,209	0,302	0,432	0,609	0,850	1,173	1,602	2,166	2,90
50	0,261	0,378	0,540	0,764	1,062	1,466	2,002	2,708	3,62
60	0,313	0,453	0,647	0,914	1,275	1,759	2,403	3,250	4,35
70	0,366	0,529	0,755	1,066	1,487	2,053	2,803	3,791	5,07
80	0,418	0,604	0,863	1,218	1,700	2,346	3,204	4,333	5,80
90	0,470	0,680	0,971	1,371	1,912	2,639	3,604	4,875	6,53
100	0,522	0,756	1,079	1,523	2,125	2,932	4,005	5,416	7,25

