

# ETUDE GLOBALE DE LA PRECISION DU CADASTRE INFORMATISE

Pr Pierre Ravussin Gigantos Imaging technologies SA, 2005, ISBN 2-88481-003-2

La commune de Pully a transféré tous ses plans de cadastre, alors sur support Polyamide, dans une base de donnée vectorielle (information du territoire), gérée par un ordinateur. Cette opération est réalisée, grâce à une table à digitaliser, par la séquence d'opérations suivante :

- Pose du plan sur la table à digitaliser MICROGRID II et immobilisation à l'aide d'un ruban adhésif.
- Calibrage de la table pour réaliser une conversion des distances en millimètres sur le plan en des distances en mètres terrain dans l'ordinateur. Deux points diagonaux du dessin doivent être introduits avec leurs coordonnées géographiques. Les axes du plan sont supposés orthogonaux.
- A l'aide de commandes GeoCAD, chaque élément de dessin est introduit dans l'ordinateur. Un point du dessin est transmis à l'ordinateur par pression d'un bouton du curseur de la table à digitaliser, après visée.

Cette séquence est réalisée pour chaque point. Ensuite, nous comparons le plan saisi (sorti sur un traceur à fond plat) avec l'original pour réaliser la phase de contrôle de qualité. Ce contrôle nous a amené à rechercher toutes les causes d'erreurs et leurs remèdes.

Quelques exemples tiré de cette base de données se trouvent en annexe.

Le but de cette étude est de chiffrer les erreurs.



Poste de travail GEOCAD



### LES SOURCES D'ERREURS

# Plan original

# Erreurs du géomètre

Les plan au 1:200 du cadastre ont été établis à partir d'une liste de coordonnées venant du géomètre. Ces coordonnées comportent certaines erreurs, liées aux mesures. Nous n'en tenons pas compte dans notre étude.

# Erreurs du gabarit de référence

Les croix de référence dessinées sur le plan ont été réalisées à l'aide d'un gabarit métallique comportant une grille de trous, que l'on posé sur le dessin. Ce gabarit est d'assez bonne qualité, mais il comporte de petites erreurs d'usinage.

Ce sont des erreurs systématiques

# Erreurs de report sur le plan

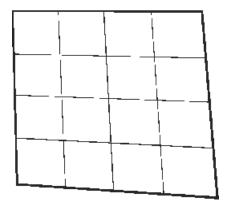
Le report sur le plan a été réalisés à l'aide d'un appareil, qui permet de travailler au 1/20 mm. Par contre, l'appareil doit être calibré sur le réseau des croix de référence.

Erreurs de dilatation du papier due à la température ou à l'humidité

Le coefficient de dilatation linéaire varie selon la nature du support

•	polyamide type 6 ou 6,6	$0.7 \ 10^{-4} \ \text{K}^{-1}$
•	polyamide type 11 ou 12	$1.1 \ 10^{-4} \ \mathrm{K}^{-1}$

Erreurs de vieillissement



Réseau de référence déformé

Les plans sont conservés dans une armoire, où ils sont suspendus verticalement. ils sont tenus par des barres horizontales fixées en haut et en bas à 10 trous ovalisés du plan.

Nous avons constaté une déformation systématique du réseau de croix de références, qui peut atteindre 0,2 mm vers le haut du plan.



# Saisie sur la table à digitaliser Microgrid II

Erreurs intrinsèques de la table

La résolution de la table est de 0,05 mm (soit le 1/20mm). L'erreur maximale indiquée par le constructeur est de 0,127 mm.

Erreurs de précision de saisie

Des tests ont montré qu'en travaillant soigneusement avec une loupe agrandissant 1,7 fois, on arrive à une erreur inférieure à

0,05mm, en x et en y, soit en distance à  $\sqrt{2}$  \* 0.05 = 0,07 mm.

Erreurs accidentelles

Il faut veiller à bien fixer le plan sur la table, sinon il peut bouger.

Erreurs dues à la position du curseur

La saisie d'un point dépend de l'angle que fait le curseur par rapport à la table. Des erreurs allant jusqu'à 0,2 mm ont été constatées. Ces erreurs varient d'un curseur à l'autre. Pour les éliminer, il faut travailler avec une position angulaire constante du curseur sur la table.

Erreurs dues au calibrage de la table à digitaliser

La calibrage crée une correspondance entre la table et les unités dans l'ordinateur. Ce calibrage se base sur les coordonnées géographiques de deux points situés dans le coin en bas à gauche et le coin en haut à droite du plan et suppose que les axes des dessins sont orthogonaux. Il faut introduire ces deux points de manière très précise, sinon toutes les saisies seront entachées d'erreur systématique. L'hypothèse de l'orthogonalité n'est pas forcément juste, car les plans peuvent être déformés.

#### Base de donnée informatisée

Rappelons ici qu'aucune erreur ne peut être attribuée à l'ordinateur, qui gère les nombres avec au moins 14 chiffres significatifs.

#### Vérification

Le contrôle visuel entre l'original et le dessin tiré de la base de donnée informatisée se fait en superposant le plan original et un dessin tiré de la base de données sur une table lumineuse stabilisée en température et en détectant visuellement les différences.

Seule une table traçante, qui conserve le papier fixe et plat, donne une précision suffisante au dessin  $(\pm 0,05$ mm).



### METHODES DE REDUCTION DES ERREURS DE CALIBRAGE

Nous avons développé un système de correction des erreurs de calibrage en 2 phases.

#### Phase 1 Correction de la déformation

Les 4 points extrêmes du réseau de croix provenant du gabarit sont saisis. Une transformation non - linéaire permet de faire passer le réseau des droites de références en un réseau de droites orthogonales. Cette correction permet de ramener le réseau déformé de la figure ci-dessus en un réseau orthogonal exacte.

#### Phase 2 Translation du réseau

Par une méthode statistique, le réseau est translaté pour le faire coïncider avec le point origine de calibrage de la table de digitalisation.

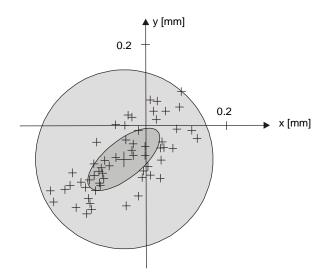
### ILLUSTRATION PAR UN EXEMPLE

#### Phase 1

Un plan original a été calibré sur la table de digitalisation par 2 points diagonaux supposés exacts (coordonnées). Ensuite nous avons saisi l'ensemble des croix de référence du plan.

Le tableau 1 présente les résultats avant et après la rectification de la phase 1.

La figure ci-dessous représente les erreurs de position des croix par rapport aux valeurs théoriques de calibrage avant la phase 1.



Centre du cercle d'erreur maximum :

(-0.055mm; -0.084mm)

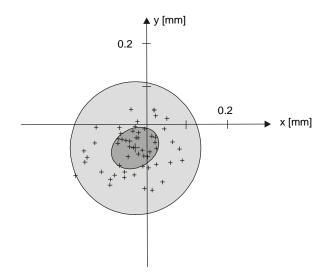
Rayon 0,22mm

Ellipse :  $\sigma_1 = 0.109$ mm

 $\sigma_2 = 0.046$ mm

Erreurs des croix de références avant correction.





Centre du cercle d'erreur maximum :

(-0.029; -0.050)

Rayon 0,16mm

Ellipse :  $\sigma_1 = 0.060$ mm

 $\sigma_2 = 0.047$ mm

Erreurs des croix de références après correction selon phase 1.

Nous avons représenté sur ces deux figures :

Le centre des points : c'est la moyenne de tous les points.

L'ellipse de la loi normale : en supposant que les points soient répartis selon une loi normale dans le plan, on peut représenter graphiquement cette loi par une ellipse qui correspond à l'écart-type. En fait, la probabilité qu'un point se trouve dans l'ellipse est de 39%; dans l'ellipse de dimension double, de 89%; dans l'ellipse de dimension triple, de 99%, etc.

Le cercle d'erreur maximum : ce cercle contient le point d'erreur maximum par rapport au centre des points.

Nous constatons, en comparant les deux dessins, une nette réduction des erreurs grâce à la phase 1. L'ellipse d'erreur est devenue plus proche d'un cercle et plus petite. L'erreur à 39% de probabilité, (grand axe) est de 0,06 mm au lieu de 0,109 mm.

Nous voyons aussi que le centre s'est rapproché de l'origine.

Le point d'erreur maximale passe de 0,22 mm à 0,16 mm.

### Phase 2

Le but de la phase 2 est de faire coïncider le centre de l'ellipse de la figure 3 avec l'origine. Cet écart provient des erreurs aléatoires de saisie des 4 points extrêmes de la phase 1, des erreurs de report du gabarit, et des erreurs du gabarit lui-même.

La méthode statistique utilisée permet de minimiser ces erreurs.



# CONTROLE DE PRECISION DU GABARIT DE REFERENCE

Pour calculer la précision avec laquelle les croix sont positionnées sur le papier, nous avons fait reporter les centres des croix à l'aide du gabarit sur une feuille vierge. Puis nous avons mesuré les positions des croix avec une précision de  $\pm 0,025$  mm.

Nous avons constaté tout d'abord que les diagonales sont bien égales, à 0,05 mm près, donc que les angles de la figure obtenue ont bien 90°.

Les déformations observées sur les plans sont bien un problème de vieillissement.

L'erreur peut se calculer par un vecteur à 2 dimensions ou comme une distance.

L'erreur en distance donne une moyenne de 0,1 mm, un écart type de 0,105 mm et une erreur maximale de 0,20 mm.

L'erreur à 2 dimensions donne une ellipse de la loi normale centrée à (0.036 mm; 0.059 mm) et inclinée à 74°. Le demi grand -axe est de 0,073 mm et le demi petit -axe de 0,059 mm.

Les mesures ont été faites sur les 88 croix du gabarit.

Pour la suite des calculs, nous utiliserons un écart type isotrope de 0,0664 mm correspondant à la racine de la moyenne quadratique

$$.\sigma^2 = \frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2).$$



# STATISTIQUE D'ERREURS ENTRE LES COORDONNEES DU GEOMETRE ET LES COORDONMES DE LA BASE DE DONNEES

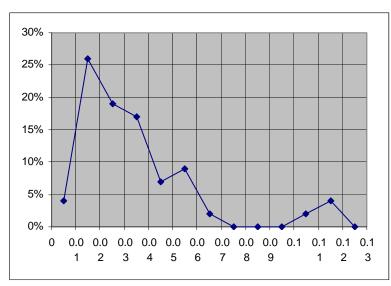
Nous avons comparé les coordonnées de points calculés par le géomètre avant qu'elles aient été reportées sur un plan au 1:200, avec les coordonnées de points saisis dans l'ordinateur à partir du plan. Nous avons pris une cinquantaine de points. Nous avons remarqué qu'un même point figurait avec deux mesures différentes. Leur différence était de 0,16 m (soit 0,8 mm sur un plan). Ce point a été supprimé car il vient d'une erreur de levé.

Le tableau ci-dessous représente la distribution des erreurs de report entre les points calculés du géomètre et les points entrés dans l'ordinateur.

Distance terrain [m]	% arrondi	% cumulé
0.00 - 0.01	4 %	4 %
0.01 - 0.02	26 %	30 %
0.02 - 0.03	19%	59 %
0.03 - 0.04	17 %	76 %
0.04 - 0.05	7 %	83 %
0.05 - 0.06	9 %	92 %
0.06 - 0.07	2 %	94 %
0.07 - 0.08	0 %	94 %
0.08 - 0.09	0 %	94 %
0.09 - 0.10	0 %	94 %
0.10 - 0.11	2 %	96 %
0.11 - 0.12	4 %	100 %
0.12 - x.xx	0 %	100 %

Répartition de l'erreur en distance

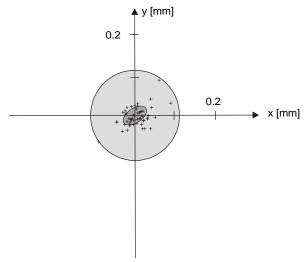
Moyenne	0.032 m
Ecart type	0.024 m



Distribution des erreurs

Nous voyons qu'à 94% de probabilité l'erreur est inférieure à 0,07 m, soit 0,35 mm de papier. Le 6% restant présente des erreurs situées entre 0,10 et 0,12 mm, soit 5 mm à 0,6 mm papier.





Centre du cercle d'erreur maximum : Rayon 0,119m (plan 0.6mm)

Ellipse:

 $\sigma_1 = 0.035 \text{m}$   $\sigma_2 = 0.020 \text{m}$ 

 $\sigma_1 = 0.175$ mm  $\sigma_2 = 0.100$ mm

Angle: 32<sup>o</sup>

Echelle 1/200

Erreurs entre les coordonnées du géomètre et les coordonnées de la base de données

Le maximum de la distribution correspond à des erreurs de 0,01 m à 0,02 m, soit de 0,05 mm à 0,10 mm sur le plan.

# **CONTROLE DE QUALITE**

Nous avons effectué systématiquement un contrôle de qualité sur chaque plan saisi, de la manière suivante:

Nous superposons le plan original et le plan saisi sur une table lumineuse stabilisée en température.

Le contrôle visuel permet de repérer des erreurs de l'ordre de 0,1 mm et de les corriger.

L'erreur d'un traceur Wild TA10 à lit plat n'est que de 0,06 mm sur 1 mètre de distance, alors qu'elle est de 2 mm pour le traceur à rouleau de Houston Instrument. Sur la même distance les traceurs à rouleau ne sont précis que sur l'un des deux axes. Pour limiter le glissement du papier, il faut diminuer la vitesse et l'accélération.



# **CALCUL D'ERREUR**

#### Estimation des lois normales d'erreur

Nous faisons les hypothèses suivantes

- loi normale de probabilité
- loi centrée sur le point théorique
- ellipse des écarts-type ramenée à un cercle.

En supposant qu'il n'y ait pas de dépendance de probabilité entre les différentes catégories d'erreurs, les lois normales peuvent s'écrire :

$$X = N(0, \sigma_X)$$
  
 $Y = N(0, \sigma_Y)$   
 $Z = X + Y = N(0, (\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)^{1/2})$ 

### Variables aléatoires

Soit les variables aléatoires suivantes

Xgéomètre erreur de mesure du géomètre supposée nulle

Xgabarit erreur de report des point de référence sur le plan

Xvieux erreur due à la déformation du support (vieillissement)

(points de référence et points du cadastre)

Xdébiaise erreur résiduelle, par rapport aux points de référence, après débiaisage

Xdessin erreur de dessins (report aux points du cadastre sur

les plans)

Xsaisie erreur de saisie des points du cadastre sur la table à

digitaliser

Xplan erreur sur un plan original de Pully, au 1:200

Xordinateur erreur sur un plan dans l'ordinateur

# Erreur des plans dans l'ordinateur

On peut écrire pour un plan original de Pully au 1:200

$$Xplan = Xg\acute{e}om\`{e}tre + Xgabarit + Xdessin + Xvieux$$

tandis que pour un plan du fichier électronique

$$X$$
ordinateur =  $X$ géomètre +  $X$ dessin +  $X$ débiaise +  $X$ saisle



La figure 3 donne les valeurs des écarts types (ellipse) de *Xdébiaisage + Xsaisie* 

Nous ramenons l'ellipse de ½ axes a, b à un cercle en prenant la moyenne quadratique :

$$.\sigma^2 = \frac{1}{2} (\sigma_a^2 + \sigma_b^2).$$

avec, selon la figure ci-dessus

$$\sigma_{\text{d\'ebiaisage}} + \text{saisie} = (\frac{1}{2}(0.060)^2 + (0.047)^2)^{1/2} = 0,0539 \text{ mm}.$$

En prenant pour écart-type la moitié de l'erreur maximale du paragraphe « Erreurs accidentelles », on a

$$\sigma_{\text{saisie}} = 0.035$$

d'où

$$\sigma_{d\acute{e}biaisage} = (\frac{1}{2} (0.0539)^2 + (0.035)^2)^{1/2} = 0,0410 \text{ mm}.$$

Sachant en outre, toujours selon la figure ci-dessus, que

$$\sigma_{\text{dessin}}$$
 + débiaisage + saisie =  $(\frac{1}{2}(0.175)^2 + (0.100)^2)^{1/2}$  = 0,143 mm.

on a donc

$$\sigma_{dessin} = ((0.143)^2 + (0.0539)^2)^{1/2} = 0,132 \text{ mm}.$$

De plus, selon la figure plus haut :

$$\sigma_{\text{gabarit}} + \text{vieux} + \text{saisie} = (\frac{1}{2}(0.109)^2 + (0.046)^2)^{1/2} = 0,0837 \text{ mm}.$$

donc:

$$\sigma_{\text{gabarit}} + \text{vieux} = ((0.0837)^2 + (0.035)^2)^{1/2} = 0,0760 \text{ mm}.$$

et:

$$\sigma_{\text{plan}} = \sigma_{\text{dessin}} + \text{abarit} + \text{vieux} = ((0.132)^2 + (0.076)^2)^{1/2} = 0,0760 \text{ mm}.$$

$$\sigma_{\text{plan}} = 0,152$$
mm

Enfin

$$\sigma_{\text{ordinateur}} = \sigma_{\text{dessin}+\text{d\'ebiaise}+\text{saisie}} = \sqrt{0,132^2 + 0.0539^2}$$

$$\sigma_{\text{ordinateur}} = 0,143 \text{mm}$$

La précision des plans saisis dans l'ordinateur est meilleure que la précision des plans (vieux) qui servaient de base de donnée jusqu'alors.



# PRECISION DU CONTROLE DE QUALITE

Un élément capital de la qualité d'une base de donnée est le contrôle des données saisies. Si la chose est relativement aisée avec des nombres (il suffit d'assurer que les nombres saisis soient identiques aux nombres originaux), le problème est plus compliqué avec une source de données analogiques telle que des plans, où les nombres sont représentés par des longueurs.

Nous avons mis au point la technique suivante :

Le plan saisi est dessiné sur une table traçante de haute précision.

Le plan dessiné est ensuite superposé exactement sur le plan original sur une table lumineuse stabilisée en température, puis contrôlé au moyen d'une loupe.

Cette méthode permet d'éliminer immédiatement les erreurs grossières.

On peut écrire pour l'écart entre la plan sorti au traceur et la plan original de la commune au 1:200 :

L'erreur maximale d'une table traçante à plat est de 0,05 mm. Estimons l'écart type à la moitié, soit 0,025 mm.

D'où 
$$\sigma_{\text{traceur}} = 0,025 \text{ mm}$$
.

On sait que:

$$\sigma_{\text{saisie}} = 0.035 \text{ mm}$$
.

Pour le calcul de  $\sigma$  ( $X_{débiaise}$  - ( $X_{gabarit}$  +  $X_{vieux}$ )), il n'est pas possible d'appliquer les lois de combinaisons des erreurs, car il y a dépendance de probabilité entre



D'après le calcul des probabilités il est compris entre 0,035 et 0,117. Comme les 2 variables aléatoires sont très liées, il est plus proche de 0,035. Disons environ 0,040mm.

Donc

$$\sigma_{\text{feart}} = \sqrt{0.025^2 + 0.035^2 + 0.040^2} = 0.059 \text{ mm}.$$

Ainsi à 89% de probabilité l'écart est inférieur à 0,12 mm.

Cette première approche de calculer l'écart se base sur une estimation de la variable aléatoire  $X_{\text{saisie}}$ .

Une autre manière d'aborder le problème consiste à poser la question suivante :

Une fois le contrôle de qualité fait, que peut-on dire au pire de l'erreur restante ?

# **CONCLUSION**

Tous les chiffres avancés sont basés sur un nombre suffisant de mesures, ce qui nous permet de donner des résultats proches de la réalité.

La précision des plans repris dans l'ordinateur est tout aussi bonne et même légèrement meilleure que la précision des plans sur polyester, grâce à la méthode de saisie décrite plus haut. La méthode corrige en effet les allongements du papier et les irrégularités des croix de référence.

Ce contrôle visuel permet d'assurer que l'écart type de l'erreur des points de la base de donnée de l'ordinateur, sans compter l'erreur du géomètre, est d'environ 0,148 mm et d'avoir ainsi à 89% de probabilité une erreur inférieure à 0,296 mm (pour le 1:200: 5,9 cm de terrain) et à 99% inférieure à 0,44 mm (pour le 1:200: 8,8 cm de terrain).

Les derniers résultats de l'assurance de qualité sont venus appuyer les chiffres avancés par cette étude.

#### **BIBLIOGRAPHIE SUCCINCTE**

F. BAATARD et S. MAGNIN. La mécanique aléatoire de G. Dedebant et Ph. Wherlé, EPFL, Publication CMT No 124 (1972)

P. RAVUSSIN Mesure de l'Inconnexe d'une fonction aléatoire (théorie de la prévisibilité), Thèse EPFL No 126 (1971)

GEOCAD, Manuel de référence, GOS, Pully, 1992



578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	
										588-180	589-180	590-180	591-180	592-180		180
										588-179	589-179	590-179	591-179	592-179		179
										588-178	589-178	590-178	591-178	592-178		178
									587-177	588-177	589-177	590-177	591-177	592-177		177
									587-176	588-176	589-176	590-176	591-176	592-176		176
									587-175	598-175	589-175	590-175	591-175		2	175
								586-174	587-174	588-174	589-174	590-174	591-174			174
								586-173	587-173	598-173	589-173	590-173	591-173			173
						584-172	585-172	596-172	587-172	588-172	589-172	590-172	591-172			172
						584-171	585-171	596-171	587-171	588-171	589-171	590-171	591-171	592-171		171
						564-170	595-170	586-170	587-170	588-170	589-170	590-170	591-170	592-170		170
						584-169	585-169	586-169	587-169	588-169	589-169	590-169	591-169	592-169		169
						584-168	585-168	586-168	587-168	586-168	589-168	590-168	591-168	592-168		168
						584-167	585-167	596-167	587-167	598-167	589-167	590-167	591-167	592-167		167
				582-166	583-166	584-166	585-166	586-166	587-166	588-166	589-166	590-166	591-166	592-166	593-166	166
		580-165	581-165	582-165	563-165	584-165	585-165	586-165	567-165	566-165	589-165	590-165	591-165	592-165	593-165	165
	579-164	580-164	581-164	582-164	583-164	584-164	585-164	586-164	587-164	588-164	599-164	590-164	591-164	592-164	593-164	164
578-163	579-163	580-163	581-163	582-163	583-163	584-163	585-163	586-163	587-163	586-163	599-163	590-163	591-163	592-163	593-163	163
578-162	579-162	580-162	581-162	582-162	583-162	584-162	585-162	596-162	587-162	566-162	589-162	590-162	591-162	592-162		162
578-161	579-161	580-161	581-161	582-161	583-161	584-161	585-161	586-161	587-161	588-161	589-161	590-161	591-161			161
578-160	579-160	580-160	561-160	582-160	583-160	584-160	585-160	506-160	587-160	589-160	589-160	590-160	591-160			160
578-159	579-159	580-159	581-159	582-159	563-159	584-159	585-159	586-159	587-159	588-159	589-159	590-159	591-159			159
578-158	579-158	560-156	561-158	562-156	563-158	584-158	585-156	586-158	587-158	588-158	589-158	590-158	591-158			158
578-157	579-157	580-157	581-157	582-157	583-157	584-157	585-157	506-157	587-157	598-157	589-157	590-157	591-157			157
	579-156	580-156							587-156	588-156	589-156	590-156	591-156			156
												590-155				155

Découpage de la base de donnée. Les couleurs correspondent aux zones sélectionnées par les différents postes de travail.

**GE** cad



Extrait au 1 / 2000 cadastrale 1923

Etabli sur la base de la mensuration

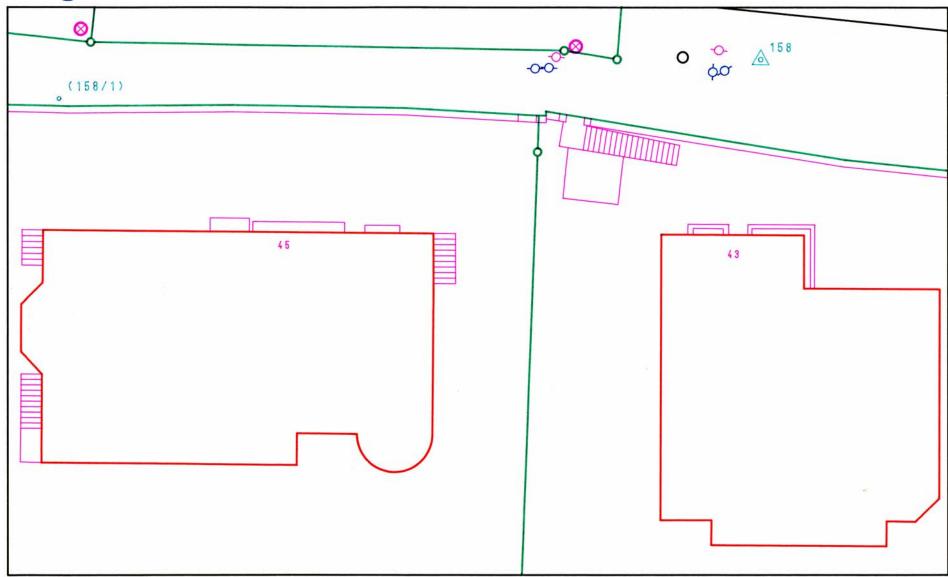
# GE@cad



Extrait au 1/500

Etabli sur la base de la mensuration cadastrale 1923

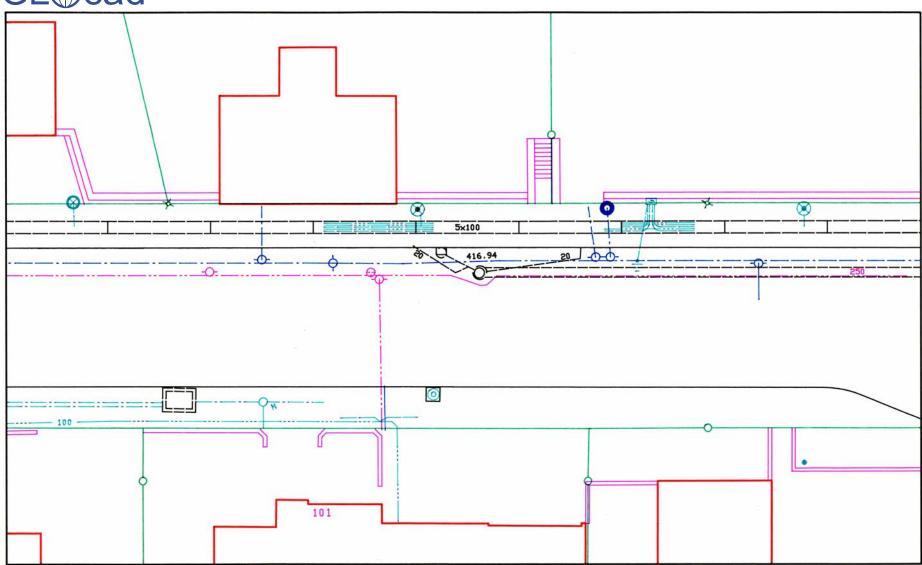




Extrait au 1 / 200

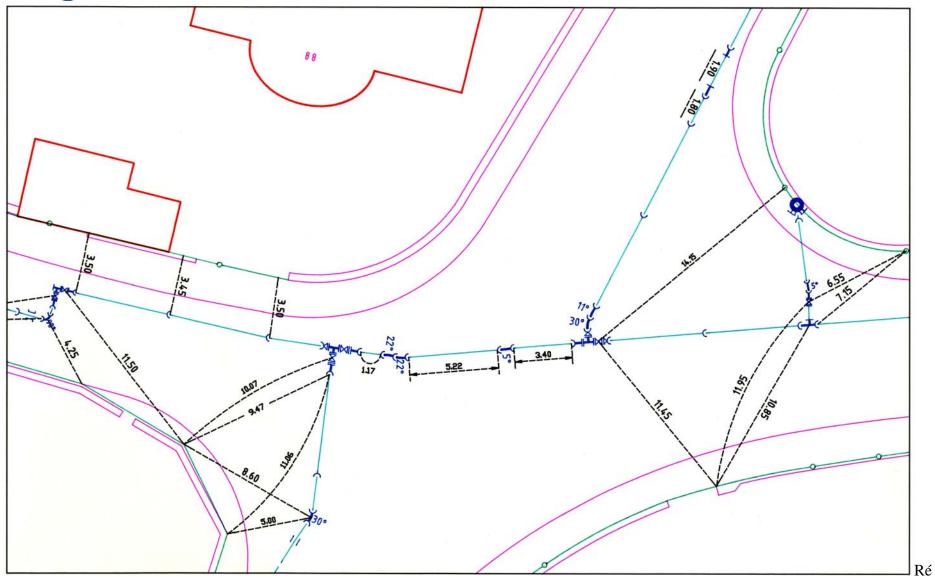
Etabli sur la base de la mensuration cadastrale 1923

# GE@cad



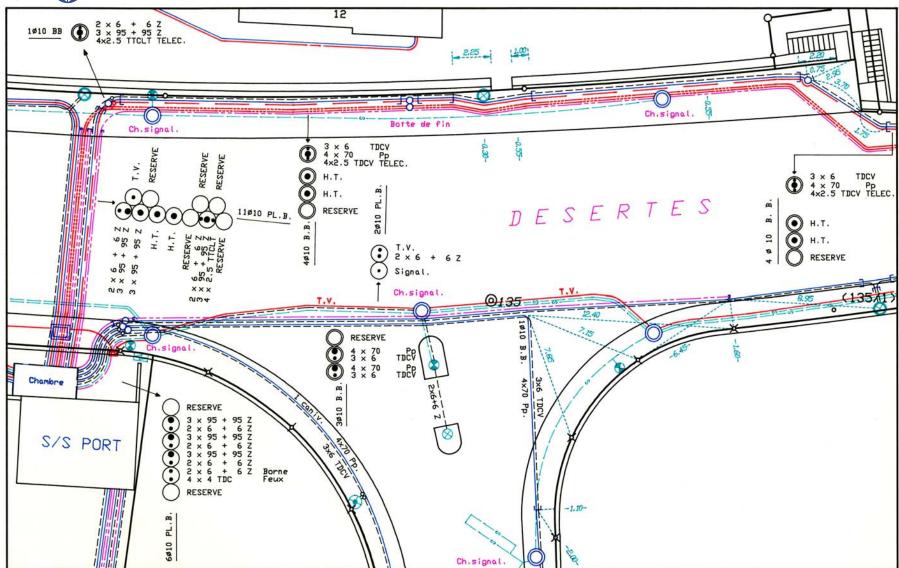
Cadastre souterrain au 1 / 200

# GE⊕cad



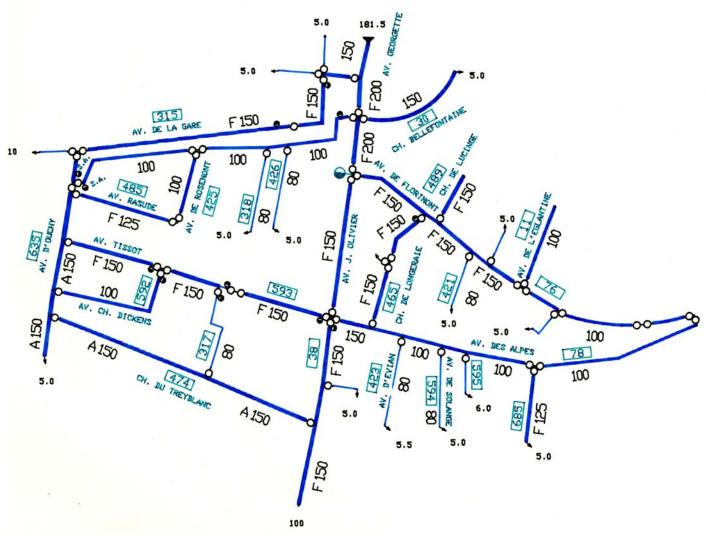
seau d'eau au 1/200. En cliquant sur un objet, on obtient sa description.

# **GE** cad



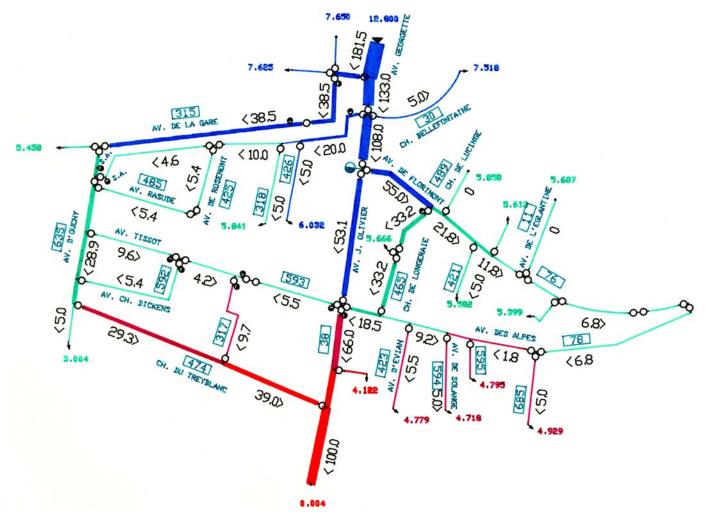
Réseau électrique au 1 / 200

# GE@cad



Simulation du réseau d'eau. Les diamètres des tuyaux et leur nature sont indiquées.

# **GE** cad



Simulation du réseau d'eau. L'épaisseur du trait indique le débit, Les couleurs sont en relation avec la pression. On ouvre ou ferme une vanne en cliquant sur son symbole.